

Урок алгебры в 9 классе по теме: «Повторение квадратных уравнений»

Учитель Кузьмина Надежда Константиновна

Цель урока: 1. Повторить определение, виды и способы решения квадратных уравнений.

2. Развивать память, внимание, логическое мышление и познавательный интерес к предмету.

Ход урока: **1. Организационный момент.** (Сообщить учащимся учебную цель урока. Слайд №1) (1 мин)

2. Устное повторение. (5 мин)

На доске написаны уравнения:

1. $5x^2 - 11x - 16 = 0$
2. $9y^2 + 18y = 0$
3. $17x - 34 = 0$
4. $9y^2 - 16 = 0$
5. $8y^2 + 2y - 1 = 0$
6. $x^2 - 8x + 12 = 0$
7. $25x^2 + 1 = 0$
8. $2x^2 + 2x + 0,5 = 0$
9. $x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0$
10. $90y^2 - y + 1 = 0$
11. $x^2 - 5x + 1 = 0$

Вопросы на повторение:

- 1) Уравнение какого вида называется квадратным? (После ответа учащихся слайд №2)
- 2) Из данных уравнений на доске выберите те, которые являются квадратными.
- 3) Почему вы не выбрали уравнение №3 и №9?
- 4) Чем отличаются уравнения №2, №4, №7 от остальных квадратных уравнений?
- 5) Какие виды квадратных уравнений вы знаете? (После ответа учащихся слайд №3)
- 6) От чего зависит количество корней полного квадратного уравнения? (После ответа учащихся слайд №4).

Сначала давайте решим полные квадратные уравнения.

3. Решение на закрепление формул корней. (30 мин)

№1 $5x^2 - 11x - 16 = 0$

$$D = 121 - 4 \cdot 5 \cdot (-16) = 121 + 320 = 441$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 21}{10}; x_1 = -1; x_2 = 3,2$$

Ответ: -1; 3,2

$$\text{№5 } 8y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 8 \cdot (-1) = 4 + 32 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{16}; x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{4}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$

$$\text{№6 } x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2}; x_1 = 6; x_2 = 2$$

Ответ: 6; 2

$$\text{№7 } 2x^2 + 2x + 0,5 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 \cdot 0,5 = 4 - 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{-2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№9

$$90y^2 - y + 1 = 0$$

$D = 1 - 4 \cdot 90 = 1 - 360 = -359$; $D < 0$; значит уравнение не имеет корней.

Ответ: нет корней.

$$\text{№10 } x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 = 21$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Итог: Мы разобрали решение полных квадратных уравнений и на примере последнего уравнения видим, что корнями могут быть иррациональные числа.

7) По какой формуле можно ещё решить уравнение №5; №6 и №8? (После ответа учащихся слайд №5)

Решим №5 по II формуле:

$$8y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$D' = 1 - 8 \cdot (-1) = 9$$

$$: x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{8}; x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2} \text{ и } \frac{1}{4}$$

8) *Каким способом ещё можно решить уравнение №6?* (После ответа учащихся слайд №6 и №7 о теореме Виета).

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$x_1 \cdot x_2 = 12$; $x_1 + x_2 = 8$; этому условию удовлетворяет пара чисел 6 и 2.

Ответ: 6 и 2

Теперь вспомним, как решаются неполные квадратные уравнения (слайд №8) и решим их.

$$\text{№2 } 9y^2 + 18y = 0$$

$$9y \cdot (y + 2) = 0$$

$$9y = 0 \text{ или } y + 2 = 0$$

$$y = 0 \text{ или } y = -2$$

Ответ: 0 и -2;

$$\text{№4 } 9y^2 - 16 = 0$$

$$9y^2 = 16$$

$$y^2 = \frac{16}{9}$$

$$y_1 = 4/3; y_2 = -4/3$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{3} \text{ и } -\frac{4}{3};$$

$$\text{№7 } 25x^2 + 1 = 0$$

$$25x^2 = -1$$

$$x^2 = -\frac{1}{25}$$

Ответ: нет корней;

Итог: Мы рассмотрели все виды и способы решения квадратных уравнений.

4. Историческая справка (5 мин)

А сейчас поговорим о том, какие ещё могут быть уравнения. (слайд №9 о диофантовых уравнениях).

9) *Какие из данных уравнений нельзя считать диофантовыми?*

Почему?

(№11, т.к. корни иррациональные, №8, т.к. коэффициенты не целые, №7, т.к. уравнение не имеет рациональных корней).

Уравнение №9 третьей степени. Решением уравнений более высоких степеней занимался французский математик Эварист Галуа, который был убит на дуэли в возрасте 21 года во времена французской революции. (слайд №10)

Для уравнений третьей и четвёртой степеней известны формулы корней, но эти формулы очень сложны. Для уравнений пятой и более высоких степеней общих формул корней вообще не существует.

Норвежский математик Нильс Абель впервые доказал неразрешимость в радикалах уравнений 5-й и более степеней (слайд №11).

Но иногда удаётся решить такие уравнения, применяя какой-либо специальный приём, например, с помощью разложения многочлена на множители.

Попробуем решить уравнение №9, разложим на множители левую часть уравнения способом группировки.

$$\begin{aligned}\text{№9 } x^3 - 8x^2 - x + 8 &= 0 \\ (x^3 - 8x^2) - (x - 8) &= 0 \\ x^2 \cdot (x - 8) - (x - 8) &= 0 \\ (x - 8)(x^2 - 1) &= 0 \\ (x - 8)(x - 1)(x + 1) &= 0 \\ x - 8 = 0 \text{ или } x - 1 = 0 \text{ или } x + 1 = 0 \\ x = 8 \quad x = 1 \quad x = -1\end{aligned}$$

Ответ: 8; 1; -1;

Позже мы разберём более подробно решение различных уравнений более высоких степеней. А квадратные уравнения нам нужны будут на следующем уроке для изучения новой темы.

(Уравнение третьей степени можно не разбирать в слабом классе).

5.Итог урока (3 мин) (по вопросам)

Уравнения какого вида называются квадратными?

От чего зависит количество корней?

Как решаются неполные квадратные уравнения?

Какие уравнения являются приведёнными и какая теорема позволяет их быстро решить?

6. Запись домашнего задания. (1мин)

Из учебника стр.11 №30(а, в, г); №31(а, в)

Решение домашнего задания:

№30

а) $6x^2 - 3x = 0$

$$x(6x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } 6x - 3 = 0$$

$$6x = 3$$

$$x = 3/6; x = 1/2; \text{ Ответ: } 0 \text{ и } 1/2$$

в) $x^2 - 36 = 0$

$$x^2 = 36$$

$$x_1=6; x_2=-6;$$

Ответ: 6 и -6;

$$\text{г) } 5x^2 + 1 = 0$$

$$5x^2 = -1$$

$$x^2 = -\frac{1}{5}$$

Ответ: нет корней;

№31

$$\text{а) } x^2 + 7x + 12 = 0$$

$x_1 * x_2 = 12$ (по теореме Виета)

$x_1 + x_2 = -7$; этому условию удовлетворяют числа -3 и -4.

Ответ: -3 и -4;

$$\text{в) } 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 - 4 * 2 * (-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4}; x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$$

Ответ: 3 и $-\frac{1}{2}$;

Повторение квадратных уравнений

Цель урока:

*Повторить определение
квадратного уравнения, виды и
способы решения*

A collection of 3D mathematical symbols arranged in a cluster. The symbols include a magenta 'x', a red 'a-b', a yellow 'd', a grey 'y', a blue '25', a yellow '=', a green '+', a purple '0', and a cyan 'z'.

Общий вид квадратного уравнения

- $ax^2+bx+c=0$, x - переменная, a, b, c – числа, $a \neq 0$
- a - 1 коэффициент
- b - 2 коэффициент
- c - свободный член



Виды квадратных уравнений

- Полное
- Неполное
- Приведенное

От чего зависит количество корней?

- $D = b^2 - 4ac$ – дискриминант.
- Если $D < 0$, то нет корней;
- Если $D = 0$; то один корень $x = \frac{-b}{2a}$
- Если $D > 0$, то 2 корня $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

II формула нахождения корней

- $ax^2+bx+c=0$, если b – четное, т.е. $b=2k(k=b/2)$
- $D'=k^2-ac$
- $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D'}}{a}$

Приведенное квадратное уравнение

- $x^2 + px + q = 0$ -
приведенное, если $a=1$,
 $p=b/a$, $q=c/a$



Теорема Виета

- Если x_1, x_2 – корни приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$, то

$$x_1 x_2 = q$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

- Разработал почти всю элементарную алгебру.
- Ввел буквенные обозначения для коэффициентов в уравнениях.

- Франсуа Виет
- (1540 – 1603)



Неполные квадратные уравнения

- Если $c=0$, то $ax^2+bx=0$
- $x(ax+b)=0$
- $x=0$ или $ax+b=0$
- $ax=-b$
- $x=-b/a$

- Ответ: 2 корня
0 и $-b/a$

- Если $b=0$,
- то $ax^2+c=0$
- $ax^2=-c$
- $x^2=-c/a$
- $X_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

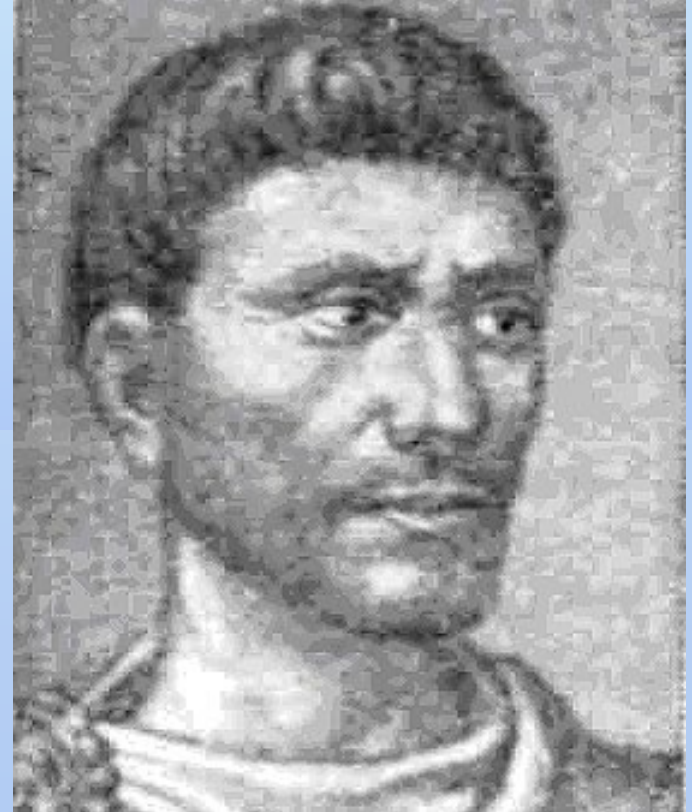
- Ответ: 2 корня, если $-c/a > 0$ или нет корней, если $-c/a < 0$.



Диофантовы уравнения

- **Диофантовы уравнения** - алгебраические уравнения с целыми коэффициентами, у которых разыскиваются целые или рациональные решения.

- Диофант Александрийский (III в.)



Уравнения более высоких степеней

- Эварист Галуа (1811- 1832)



- Этот французский математик заложил основы современной алгебры, он нашел необходимое и достаточное условие, которому удовлетворяет алгебраическое уравнение, разрешимое в радикалах.

Уравнения более высоких степеней



Этот норвежский
математик
впервые доказал
неразрешимость
в радикалах
уравнений 5-й и
более степеней.

- Нильс Абель 1802-1829